

# Introduction à la Finance

Basile Dubois

October 24, 2024

## 1 APP sujet 5: Évaluation d'option

Jean dirige une entreprise prospère de vente en gros de canards. Pour se différencier de ses concurrents, Jean envisage d'accepter les paiements en Bitcoin pour faire plaisir à certains de ses clients.

Compte tenu de la volatilité du taux de change Bitcoin, Jean devrait s'assurer contre une baisse du prix Bitcoin. Pour évaluer le coût de l'assurance, Jean calcule le prix d'une option de vente en utilisant le modèle de tarification des options binomiales.

### Partie I: Période unique

En 2019, le prix du Bitcoin était de 3000 €. Jean suppose que le prix peut augmenter ou diminuer de 75 % pendant un an. Jean souhaite calculer le prix en 2019 d'une option de vente sur Bitcoin avec un prix d'exercice de 2500 € et une date d'expiration dans un an. Une obligation sans risque rapporte 2 % sur un an.

1. Calculez les valeurs possibles de l'option de vente à l'échéance en fonction du prix du Bitcoin.
2. Créez un portefeuille composé de Bitcoin et de l'obligation sans risque qui reproduit les valeurs de l'option de vente à l'échéance. Quelles sont les pondérations du portefeuille sur le Bitcoin et l'obligation sans risque?
3. Imaginez que vous êtes arbitrageur en 2019 et que vous pouvez échanger du Bitcoin, l'obligation sans risque et option de vente:
  - Déterminez l'intervalle de prix de l'option de vente dans lequel vous souhaitez vendre l'option de vente et acheter le portefeuille répliquant.
  - Déterminez l'intervalle de prix de l'option de vente dans laquelle vous souhaitez acheter l'option de vente et vendre le portefeuille répliquant.
4. Quel est le prix de l'option de vente qui va probablement s'établir sur le marché des options, et pourquoi ?

## **Partie II: Périodes multiples et absence d'arbitrage**

Début 2018, le prix du Bitcoin était de 12000 €. Jean suppose que le prix du Bitcoin peut augmenter ou diminuer de 75 % chaque année. Jean souhaite calculer le prix en 2018 d'une option de vente sur Bitcoin avec un prix d'exercice de 2500 € et une date d'expiration dans deux ans. Une obligation sans risque rapporte 2 % sur un an.

1. Dessinez un arbre qui montre l'évolution possible du prix du Bitcoin de 2018 à 2020.
2. Calculer les valeurs possibles de l'option de vente à l'échéance en fonction du prix du Bitcoin.
3. Compte tenu du raisonnement de la partie I, que pouvez-vous dire sur les prix possibles de l'option de vente en 2019 s'il n'y a pas d'opportunités d'arbitrage en 2019 (ces opportunités existent en 2018).
4. Quel portefeuille de Bitcoin et d'obligations sans risque devez-vous constituer en 2018 pour reproduire les valeurs de l'option de vente en 2019?
5. Quel est le prix de l'option de vente en 2018 s'il n'y a pas d'opportunités d'arbitrage en 2018?