

# TD 5 : Le risque

Basile Dubois

November 30, 2020

## 1 Prime de risque

### 1.1 Prime de maturité

Le rendement nominal d'une obligation ne peut être négatif que si le prix de l'obligation chute. Alors, le rendement annuel sera négatif pour l'année en cours. Si le prix de l'obligation a chuté, c'est que les taux d'intérêt ont augmenté : les investisseurs ont en fait perdu l'opportunité d'investir dans les nouvelles obligations à plus haut rendement courant en détenant les obligations initiales. On peut l'interpréter comme la conséquence du risque de taux. Les investisseurs estimaient que la prime de maturité serait positive en moyenne, mais il y a un risque que les taux d'intérêts augmentent et que le prix de l'obligation chute subitement. La prime de maturité augmente avec la maturité, puisque plus la maturité est élevée, plus les investisseurs s'exposent au risque de taux et au risque inflationnaire : la prime reflète le risque.

### 1.2 Prime de risque

1. Si l'aversion au risque des investisseurs augmente, ils exigeront des rendements plus importants pour un niveau de risque donné. En conséquence, le coût d'opportunité du capital augmentera.
2. Puisqu'on estime la prime de risque en calculant la différence entre le rendement moyen des actions et le rendement moyen des obligations, une chute du rendement des actions affectera à la baisse notre estimation de la prime de risque. Notre estimation de la prime de risque est donc affectée par le rendement observé des actions, mais ce rendement observé peut diverger du rendement attendu à cause d'événements inattendus. La valeur que l'on accorde à notre estimation de la prime de risque est donc affectée par les événements qui se sont réalisés. Il est donc impossible de connaître la véritable valeur de la prime de risque.
3. Il est possible que certains pays aient connu des rendements plus faibles à cause d'une histoire mouvementée qui a nuit aux entreprises. La guerre civile espagnole et la dictature franquiste ont pu par exemple affecter le rendement des actions en Espagne. La chance peut affecter la prime de risque. Il est aussi possible que certains pays aient une culture plus prudente. Ainsi, leurs investisseurs ont une plus grande exigence de rendement pour le même niveau de risque. On peut considérer que le Japon a probablement une culture d'aversion forte au risque. Enfin, il est possible que les entreprises d'un pays soient en moyenne plus ou moins risquées. Un pays comme le Royaume-Uni dont une très grande partie de la valorisation boursière est composée de banques et d'entreprises pharmaceutiques, par nature peu risquées, aura une prime de risque estimée plus faible.

Pays	Prime de Risque
Suisse	5,4%
Canada	5,8%
Espagne	5,9%
Royaume-Uni	6,1%
Pays-Bas	6,3%
USA	7,9%
France	8,8%
Japon	9,7%
Italie	10%
Portugal	10,1%

## 2 Equivalent Certain

### 2.1 Prime de risque

1. Le risque doit être récompensé parce qu'en raison de l'aversion au risque, un projet plus risqué correspond à un équivalent certain plus faible.
2. La notion d'équivalent certain permet d'expliquer pourquoi le risque doit être rémunéré. De plus, cela permet d'expliquer pourquoi certains investisseurs investissent à des niveaux de risque différents : chacun investit là où son équivalent certain est le plus élevé, étant donné son aversion au risque, le rendement et le niveau de risque du projet.

### 2.2 Niveau de risque optimal

Chacun investit là où son équivalent certain est le plus élevé, étant donné son aversion au risque, le rendement et le niveau de risque du projet. Il peut donc être optimal d'investir dans un projet risqué s'il produit l'équivalent certain le plus élevé. Si les rendements varient à la hausse, le niveau de risque optimal diminue. En effet, les investisseurs peuvent atteindre le même rendement que précédemment avec un niveau de risque plus faible. Il est donc logique que les investisseurs profitent de la hausse des rendements pour prendre une nouvelle position qui leur assure un rendement supérieur au rendement précédant la hausse, tout en étant exposés à un niveau de risque plus faible.

### 2.3 Taux sans risque et prime de risque

On a établi en répondant à la question précédente que le niveau de risque optimal change lorsque les rendements changent. Lorsque le taux sans risque change, tous les rendements changent puisque la prime de risque est la différence entre un rendement et le taux sans risque. Pour que les investisseurs investissent dans les projets risqués il faut préserver le niveau de la prime de risque, et donc modifier les rendements. Or, cette modification des rendements a des conséquences en termes de risque optimal : Pour un investisseur individuel, le niveau de risque optimal est plus faible lorsque les rendements augmentent, et le niveau de risque optimal est plus élevé lorsque les rendements diminuent<sup>1</sup>. L'investissement dans les projets risqués diminue donc lorsque le taux d'intérêt augmente (et inversement). Pour pouvoir continuer d'attirer les investisseurs, la prime de risque doit donc augmenter. Lorsque les rendements augmentent, la prime de risque augmente, et lorsque les rendements baissent, la prime de risque baisse.

Vous noterez qu'on obtient donc une quatrième explication à la variation de la prime de risque. Un

---

<sup>1</sup>C'est une des raisons pour lesquelles on baisse le taux d'intérêt en cas de crise.

pays avec des taux bas aura une prime de risque plus faible. On peut par exemple citer la Suisse, qui a longtemps eu les taux parmi les plus bas du monde.

### 3 Variance, écart-type

#### 3.1 Projets

	Probabilité	Revenu
1.	0,3	1000
	0,7	300

Variance : 102900, Ecart Type : 320.78, Coefficient de variation : 0.62

	Probabilité	Revenu
2.	0,3	100000
	0,7	30000

Variance : 1 029 000 000, Ecart Type : 32 078, Coefficient de variation : 0.62

	Probabilité	Revenu
3.	0,1	1000
	0,1	0
	0,8	500

Esperance : 500, Variance : 50 000, Ecart Type : 223, Coefficient de variation : 0.44

	Probabilité	Revenu
4.	0,4	250
	0,4	750
	0,2	500

Esperance : 500, Variance : 50 000, Ecart Type : 223, Coefficient de variation : 0.44.

Vous remarquerez que ces projets ont les mêmes caractéristiques lorsqu'on raisonne en termes d'espérance et de variance. c'est leur Kurtosis qui diffère, c'est à dire qu'un de ces projets a des rendements plus extrêmes dans les queues de la distribution.

	Probabilité	Revenu
5.	0,1	0
	0,5	800
	0,4	1000

Esperance : 800, Variance : 80000, Ecart Type : 282, Coefficient de variation : 0.35

	Probabilité	Revenu
6.	0,4	600
	0,5	800
	0,1	1600

Esperance : 800, Variance : 80000, Ecart Type : 282, Coefficient de variation : 0.35. Ici, c'est l'asymétrie qui diffère entre ces deux projets. Un des projets a une grosse probabilité de revenus légèrement supérieurs à la moyenne et une faible probabilité de faibles revenus, tandis que l'autre projet a une grosse probabilité de revenus légèrement inférieurs à la moyenne et une faible probabilité de revenus élevés.

### 3.2 Rendements

Calculez la variance, l'écart type et le coefficient de variation des rendements suivants

1.

Probabilité	Rendement
0,3	10%
0,4	15%
0,3	20%

Esperance : 1.15, Variance : 0.0015, Ecart Type : 0.039 Coefficient de variation : 0.034

2.

Probabilitté	Revenu
0,23	14%
0,54	20%
0,23	26%

Esperance : 1.2, Variance : 0.00166, Ecart Type : 0.40, Coefficient de variation : 0.33

3.

Probabilité	Rendement
0,3	30%
0,4	80%
0,3	100%

Esperance : 1,71 Variance : 0,0789 Ecart Type : 0,28 Coefficient de variation : 0.16

4.

Probabilité	Revenu
0,3	20%
0,4	60%
0,3	80%

Esperance : 1,54 Variance : 0,0529 Ecart Type : 0,23 Coefficient de variation : 0.154

L'écart type peut parfois laisser entendre que des rendements plus élevés varient plus que des rendements moins élevés, alors qu'en proportion leur variation est inférieure.